Estimation d'état pour les drones aériens

Philippe Martin[1] Erwan Salaün[2]

[1]Centre Automatique et Systèmes
MINES ParisTech

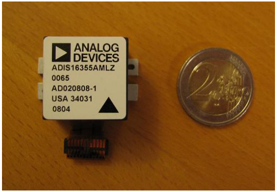
[2]Decision and Control Laboratory
School of Aerospace Engineering
Georgia Institute of Technology

L'estimation d'état, un problème nouveau ?

Estimer l'état (orientation, vitesse,...) d'un engin volant à partir de mesures fournies par plusieurs capteurs

Motivations pratiques :

- commande en boucle fermée d'un mini-drone aérien (taille $\leq$ 70cm, poids $\leq$ 1kg)
- mise à jour $\approx$ 100Hz, temps de latence $\leq$ qques ms
- puissance de calcul limitée (micro-contrôleur sans FPU)
- poids limité (système d'avionique complet $<$ 100g)



Drone aérien ?

Drone aérien (voilure fixe ou tournante) $\approx$ “corps rigide"

$$\cdots = \cdots \qquad \text{(relation cinématique translation)}$$

$$\dot{V} = A + q * \frac{f}{m} * q^{-1} \qquad \text{(équation des forces)}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q * \omega \qquad \text{(relation cinématique rotation)}$$

$$\cdots = \cdots \qquad \text{(équation des moments)}$$

- q orientation du corps (quaternion)
- ω vitesse angulaire (dans repère avion)
- V vitesse linéaire du centre de masse (dans repère Terre)
- $A = (0, 0, g)^T$ gravité projetée (dans repère Terre)
- f forces aérodynamiques (dans repère avion)

Terre plate, sans rotation, repère galiléen ; gravité constante

Capteurs inertiels

Mesure fournie par gyroscope triaxial idéal au point P :

ω, vitesse angulaire dans repère avion

Mesure fournie par accéléromètre triaxial idéal au point P :

$a = q^{-1} * (A - \dot{V}_P) * q$, accélération *spécifique* dans rep. avion

En particulier $a = \frac{f}{m}$ si P centre de masse

Modèle “générique”

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q * \omega \qquad \text{(relation cinématique rotation)}$$

$$\dot{V} = A + q * a * q^{-1} \qquad \text{(définition accélération spécifique)}$$

Deux catégories de capteurs inertiels :

les capteurs *de classe inertielle*, et les autres (dont MEMS)...

Autres capteurs

Mesure fournie par magnétomètre triaxial idéal au point P :

$q^{-1} * B * q$, champ magnétique terrestre dans repère avion

- B varie avec latitude ; mesure facilement perturbée !

GPS :

- mesures brutes : “pseudo-distance” et décalage Doppler
- “solutions de navigation” : position (bof) et vitesse (super)
- il faut “voir” au moins 4 satellites

- capteur de pression, télémètre(s), systèmes de vision
- (anémomètre(s), radar Doppler : pas pour mini-drones)
- inclinomètre : ça n’existe pas !

Conclusion : les capteurs inertiels sont importants

Estimateur, observateur, etc.

Modèle du système étudié

$$\dot{x} = f(x,u) \qquad y(t), u(t) \text{ connus à tout instant } t$$
$$y = h(x,u) \qquad \text{état } x(t) \text{ à estimer}$$

Observateur : “filtre estimateur récursif sans déphasage”

$$\dot{z} = \mathcal{F}(z,u,y)$$
$$\hat{x} = \mathcal{G}(z)$$

- $\mathcal{G}'(z) \cdot \mathcal{F}\Big(z, u, h(\mathcal{G}(z), u)\Big) = f(\mathcal{G}(z), u)$ pour tous z, u
- $\hat{x}(t) \to x(t)$ quand $t \to +\infty$ (estimation *asymptotique*)

Réécriture (localement) équivalente

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x},u) + g(\hat{x},u,y,P) \qquad \text{avec } g\big(\hat{x},u,h(\hat{x},u),P\big) = 0$$
$$\dot{P} = G(\hat{x},u,y,P) \qquad \text{mise à jour des paramètres}$$

Convergence(s) : $\hat{x}(t) \to x(t)$?

(cg) convergence *globale* : toute condition initiale $(x_0, u_0, \hat{x}_0, P_0)$

(cltt) convergence *locale autour de toute trajectoire* : toute CI $(x_0, u_0, \hat{x}_0 \approx x_0, P_0)$ (et P_0 tq $G\big(\hat{x}_0, u_0, h(x_0, u_0), P_0\big) \approx 0$)

(cltpe) convergence *locale autour de tout point d'équilibre* : toute CI $(x_0, u_0; \hat{x}_0, u_0, P_0) \approx (\bar{x}, \bar{u}, \bar{x}, \bar{P})$ avec $(\bar{x}, \bar{u}, \bar{P})$ *quelconque* tq $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$ et $G\big(\bar{x}, \bar{u}, h(\bar{x}, \bar{u}), \bar{P}\big) = 0$

(cl1pe) convergence *locale autour d'un point d'équilibre* : toute CI $(x_0, u_0; \hat{x}_0, u_0, P_0) \approx (\bar{x}, \bar{u}, \bar{x}, \bar{P})$ avec $(\bar{x}, \bar{u}, \bar{P})$ *donné* tq $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$ et $G\big(\bar{x}, \bar{u}, h(\bar{x}, \bar{u}), \bar{P}\big) = 0$

Observateur : un problème largement ouvert...

- (cltt) : serait déjà très bien en pratique !
- (cltpe) : ce qu'on sait faire en toute généralité

Conditions à vérifier par le système

Observabilté : relation entre l'état et les signaux connus

Système *observable* (localement génériquement) ssi

$$x = \mathcal{M}(y, \dot{y}, \ddot{y}, \cdots, u, \dot{u}, \ddot{u}, \cdots)$$

- formule inutilisable en pratique
- observateur : "implémentation asymptotique sans dériver"

Si système pas observable, on peut (localement) le réécrire :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, u) && \text{partie inobservable} \\ \dot{x}_2 &= f_1(x_2, u) && \text{partie observable} \\ y &= h(x_2, u) \end{aligned}$$

Seule façon d'estimer x_1 : recopie du système... si stabilité

$$\dot{\hat{x}}_1 = f_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) \qquad \text{(on suppose } \hat{x}_2 \text{ connu)}$$

Intermède : le cas linéaire stationnaire

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad y, u \text{ signaux connus}$$
$$y = Cx + Du$$

Observateur à gains constants

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L\big(y - (C\hat{x} + Du)\big) \qquad L \text{ matrice à choisir}$$

- convergence arbitrairement rapide ssi (A, C) observable
- réglage judicieux : compromis confiance modèle/mesure

Filtre de Kalman : compromis “optimal”

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \big(PC^T(NN^T)^{-1}\big)\big(y - (C\hat{x} + Du)\big)$$
$$\dot{P} = AP + PA^T + MM^T - PC^T(NN^T)^{-1}CP$$

- M, N matrices de “réglage” (stochastique ou déterministe)
- convergence si (A, C) et (A^T, M^T) observables
- pas très intéressant en linéaire...

Facile en linéaire, dur en non-linéaire : pourquoi ?

Equation de l'erreur $e := \hat{x} - x$ en linéaire :

$$\dot{e} = (A - LC)e$$
$$\dot{P} = G(P)$$

Ne dépend pas de la trajectoire suivie !

Equation de l'erreur $e := \hat{x} - x$ en non-linéaire :

$$\dot{e} = \eta(\hat{x}, u, P)$$
$$\dot{P} = G\big(\hat{x}, u, h(\hat{x} - e, u)\big)$$
$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + g\big(\hat{x}, u, h(\hat{x} - e, u), P\big)$$

- dépend de la trajectoire suivie !
- quand on linéarise, matrices *instationnaires*
- seulement conv. locale autour de tout point d'équilibre

Observateurs dans le cas non-linéaire (1/2)

Observateur à gains "schedulés”

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + L(\hat{x}, u, y) \cdot \big(y - h(\hat{x}, u)\big)$$

En posant $A := \partial_1 f(\hat{x}, u)$ et $C := \partial_1 h(\hat{x}, u)$, l’équation d’erreur linéarisée s’écrit $\dot{e} \approx \Big(A - L\big(\hat{x}, u, h(\hat{x}, u)\big)C\Big)e$, donc :

- si $(\hat{x}, u)$ toujours proche de point d’éq, “facile” de choisir L
- seulement conv. locale autour de tout point d’équilibre

Filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter, EKF)

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \big(PC^T(NN^T)^{-1}\big) \cdot \big(y - h(\hat{x}, u)\big)$$

$$\dot{P} = AP + PA^T + MM^T - PC^T(NN^T)^{-1}CP$$

- OK si $(\hat{x}, u)$ toujours proche de point d’éq (cltpe)
- choix M, N ? ; implémentation numérique gourmande
- EKF $\neq$ magie

Observateurs dans le cas non-linéaire (2/2)

Il y a plein de méthodes particulières...

Observateurs invariants : utiliser les symétries

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + W(\hat{x})L\Big(I(\hat{x}, u), E(\hat{x}, u, y)\Big)E(\hat{x}, u, y)$$

- $L(I, E)$ matrice à choisir
- $E(\hat{x}, u, y)$ erreur de sortie invariante
- $W(\hat{x}) = \big(w_1(\hat{x}), .., w_n(\hat{x})\big)$ base invariante ; $I(\hat{x}, u)$ invariant
- construction “explicite” (méthode du repère mobile)

Equation d’erreur “presque” autonome si “assez” de symétries

$$\dot{\eta} = \Upsilon(\eta, I) \qquad \eta \text{ erreur d'état invariante}$$

- mieux que cltpe
- réglage “naturel”

Drones aériens : estimateur générique ou spécifique ?

Générique : pas besoin de modèle des forces

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q * \omega \qquad\qquad \omega, a \text{ “entrées” mesurées}$$
$$\dot{V} = A + q * a * q^{-1}$$

S’applique à tout drone, mais pour estimation “satisfaisante” il faut mesurer la vitesse...

Spécifique : il faut un modèle des forces

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q * \omega \qquad\qquad \omega \text{ “entrée” mesurée}$$
$$\dot{V} = A + q * \frac{f(V,q)}{m} * q^{-1} \qquad\qquad a = \frac{f(V,q)}{m} \text{ “sortie” mesurée}$$

- bonne connaissance de l’aérodynamique de l’engin
- spécifique du drone considéré...
- accéléromètre au centre de masse

Estimateur générique avec juste capteurs inertiels ?

Non avec modèle terre plate...

Système complètement inobservable et instable :

- l'erreur d'orientation est constante
- l'erreur de vitesse horizontale diverge linéairement
- l'erreur de vitesse verticale est constante

Encore pire avec biais de capteurs !

Oui avec modèle terre “ronde” et “excellents” capteurs = Nav In

Système complètement inobservable, mais oscillant :

- l'erreur d'orientation oscille (autour de 0) avec $T_s \approx 85min$
- l'erreur de vitesse horizontale oscille avec $T_s \approx 85min$
- l'erreur de vitesse verticale diverge avec $T_s/2\pi \approx 14min$

Reste vrai même avec biais de capteurs

La navigation inertielle du pauvre : AHRS

Avec capteurs MEMS, il faut renoncer à estimer la vitesse...

Approximation "classique" $\dot{V} \approx 0$

$$a = q^{-1} * (\dot{V} - A) * q \approx -q^{-1} * A * q$$

- l'accéléromètre "mesure" les angles de roulis et tangage
- pertinence de l'approximation ?
- magnétomètre indispensable pour le cap

Modèle :

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q * \omega \qquad \omega \text{ “entrée” mesurée}$$

$$\begin{pmatrix} y_A \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q^{-1} * A * q \\ q^{-1} * B * q \end{pmatrix}. \qquad y_A, y_B \text{ “sorties” mesurées}$$

Observateur invariant marche très bien "en vrai"

AHRS "aidé" par mesure de vitesse

- 3 gyros mesurent $\omega_m := \omega + \omega_b$ (repère avion)
- 3 accéléros mesurent $a_m := a_s a$ (repère avion)
- 3 magnétos mesurent le champ magnétique (repère avion)
- un module GPS mesure le vecteur vitesse (repère Terre)

Modèle avec capteurs imparfaits

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q * (\omega_m - \omega_b)$$

$$\dot{V} = A + \frac{1}{a_s} q * a_m * q^{-1}$$

$$\dot{\omega}_b = 0$$

$$\dot{a}_s = 0$$

$$\begin{pmatrix} y_V \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ q^{-1} * B * q \end{pmatrix}$$

Groupes de symétries "naturel"

$$\begin{pmatrix} \tilde{q} \\ \tilde{V} \\ \tilde{\omega}_b \\ \tilde{a}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q * q_0 \\ V + V_0 \\ q_0^{-1} * \omega_b * q_0 + \omega_0 \\ a_s a_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\omega}_m \\ \tilde{a}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0^{-1} * \omega_m * q_0 + \omega_0 \\ a_0 q_0^{-1} * a_m * q_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{y}_V \\ \tilde{y}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_V + V_0 \\ q_0^{-1} * y_B * q_0 \end{pmatrix}$$

Observateur invariant :

$$\dot{\hat{q}} = \frac{1}{2}\hat{q} * (\omega_m - \hat{\omega}_b) + (L_V E_V + L_B E_B) * \hat{q}$$
$$\dot{\hat{V}} = \frac{1}{\hat{a}_s}\hat{q} * a_m * \hat{q}^{-1} + A + (M_V E_V + M_B E_B)$$
$$\dot{\hat{\omega}}_b = \hat{q}^{-1} * (N_V E_V + N_B E_B) * \hat{q}$$
$$\dot{\hat{a}}_s = \hat{a}_s (O_V E_V + O_B E_B)$$

$$\begin{pmatrix} E_V \\ E_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{V} - y_V \\ B - \hat{q} * y_B * \hat{q}^{-1} \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} I_\omega \\ I_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{q} * (\omega_m - \hat{\omega}_b) * \hat{q}^{-1} \\ \frac{1}{\hat{a}_s}\hat{q} * a_m * \hat{q}^{-1} \end{pmatrix}$$

$L_V, L_B, M_V, M_B, N_V, N_B, O_V, O_B$ matrices de gains à choisir, dépendant possiblement de E_V, E_B, I_a, I_w

Erreur d'état invariante

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \nu \\ \omega \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{q} * q^{-1} \\ \hat{V} - V \\ q * (\hat{\omega}_b - \omega_b) * q^{-1} \\ \frac{\hat{a}_s}{a_s} \end{pmatrix}.$$

Système d'erreur linéarisé autour de $(\overline{\eta}, \overline{\nu}, \overline{\omega}, \overline{\alpha}) = (1, 0, 0, 1)$

$$\delta\dot{\eta} = -\frac{1}{2}\delta\omega + (L_V \delta E_V + L_B \delta E_B)$$
$$\delta\dot{\nu} = -2I_a \times \delta\eta - \delta\alpha I_a + (M_V \delta E_V + M_B \delta E_B)$$
$$\delta\dot{\omega} = I_\omega \times \delta\omega + (N_V \delta E_V + N_B \delta E_B)$$
$$\delta\dot{\alpha} = (O_V \delta E_V + O_B \delta E_B)$$

$$\delta E_V = \delta\nu$$
$$\delta E_B = 2B \times \delta\eta$$

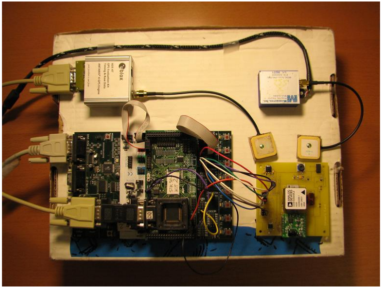
Convergence locale autour de toute trajectoire tq I_a constant

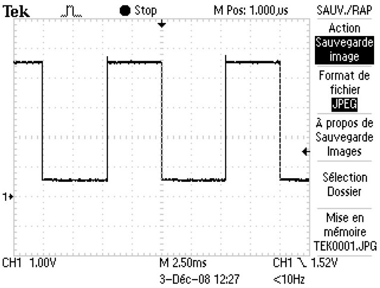
Real time implementation on a SMALL processor

- 8-bit Atmel ATmega128
- 4ko RAM, 16MHz clock, no FPU
- cheap (5$)

- update rate 100Hz
- crude numerical scheme
- C language with emulated floating point library
- the processor handles many sensor-generated interrupts
- (don't think about EKF)

- yet it works fine !





Estimateur spécifique pour quadrotor

Modèle des forces aérodynamiques :

$$\frac{f}{m} \approx \begin{pmatrix} -\frac{\lambda}{m}(\omega_1+\omega_2+\omega_3+\omega_4)u \\ -\frac{\lambda}{m}(\omega_1+\omega_2+\omega_3+\omega_4)v \\ -\frac{\alpha}{m}\left(\omega_1^2+\omega_2^2+\omega_3^2+\omega_4^2\right) \end{pmatrix}$$

- u, v composantes de la vitesse dans repère avion
- ω_1 à ω_4 vitesses de rotation des hélices ;
- λ, α constantes liées à la géométrie des hélices

- un accéléromètre au centre de masse mesure la vitesse !
- on peut donc construire un observateur (horizontal)

Modèle “standard” :

$$\frac{f}{m} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\alpha}{m}\left(\omega_1^2+\omega_2^2+\omega_3^2+\omega_4^2\right) \end{pmatrix}$$